

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (12 bodova) Neka je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ desna ortonormirana baza u V^3 . Zadani su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V^3$,

$$\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j}.$$

- (a) Ispitajte jesu li vektori $\vec{a} - \vec{c}$ i $2\vec{b}$ kolinearni.
- (b) Odredite sve $\lambda \in \mathbb{R}$ za koje su vektori $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ i $\vec{c}$ okomiti.
- (c) Odredite volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- (d) Jesu li vektori $2\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$ komplanarni? Obrazložite Vaš odgovor.
- (e) Odredite duljine dijagonala paralelograma razapetog vektorima $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 2. (8 bodova) Dani su vektori $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in V^3$ za koje vrijedi

$$|\vec{x}| = 2, \quad |\vec{y}| = 3, \quad |\vec{z}| = 4, \quad |\vec{x} - \vec{y}| = \sqrt{7}, \quad \vec{x} \cdot \vec{z} = \vec{y} \cdot \vec{z} = 0.$$

- (a) Izračunajte $|\vec{x} \times \vec{y}|$.
 - (b) Izračunajte $|(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|$.
 - (c) Može li se vektor $\vec{z}$ zapisati kao linearna kombinacija vektora $\vec{x}$ i $\vec{y}$? Obrazložite Vaš odgovor.
 - (d) Čine li vektori $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ bazu od V^3 ? Obrazložite Vaš odgovor.
- (Uputa: Koristeći jednakost $(\vec{x} - \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y}) = 7$ i preostale podatke o vektorima $\vec{x}$ i $\vec{y}$ možete izračunati apsolutnu vrijednost kosinusa kuta između $\vec{x}$ i $\vec{y}$, a zatim, pomoću nje, apsolutnu vrijednost sinusa istog kuta.)

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 3. (10 bodova) Zadani su vektori $\vec{x} = (4, 1, 4)$, $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (1, -3, 2)$.

- a) Odredite ortogonalne projekcije $\vec{p}_a$ i $\vec{p}_b$ vektora $\vec{x}$ redom na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- b) Odredite ortogonalnu projekciju $\vec{p}$ vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- c) Zapišite, ako je moguće, vektor $\vec{p}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p}_a$ i $\vec{p}_b$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 4. (10 bodova) Zadan je pravokutni trokut $\triangle ABC$ s pravim kutom u vrhu C i omjerom duljina kateta $|BC| : |AC| = 3 : 1$. Neka je točka P na stranici $\overline{AB}$ takva da je $|AP| : |BP| = 1 : 3$. Okomica iz točke A na pravac CP siječe pravac BC u točki N . Odredite u kojem omjeru točka N dijeli dužinu $\overline{CB}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 5. (10 bodova) Zadan je trokut ABC sa koordinatama vrhova $A = (1, 0, 0)$, $B = (1, 2, 3)$, $C = (-1, 0, 1)$. Neka je T težište trokuta ABC , P polovište stranice $\overline{AC}$ i N nožište visine iz vrha C . Odredite površinu trokuta TPN .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (12 bodova) Neka je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ desna ortonormirana baza u V^3 . Zadani su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V^3$,

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = -4\vec{j} + 3\vec{k}.$$

- (a) Ispitajte jesu li vektori $\vec{a} - \vec{c}$ i $2\vec{b}$ kolinearni.
- (b) Odredite sve $\lambda \in \mathbb{R}$ za koje su vektori $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ i $\vec{c}$ okomiti.
- (c) Odredite volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
- (d) Jesu li vektori $3\vec{a}, \vec{b}, -2\vec{c}$ komplanarni? Obrazložite Vaš odgovor.
- (e) Odredite duljine dijagonala paralelograma razapetog vektorima $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 2. (8 bodova) Dani su vektori $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in V^3$ za koje vrijedi

$$|\vec{x}| = 4, \quad |\vec{y}| = 3, \quad |\vec{z}| = 2, \quad |\vec{x} - \vec{y}| = \sqrt{13}, \quad \vec{x} \cdot \vec{z} = \vec{y} \cdot \vec{z} = 0.$$

- (a) Izračunajte $|\vec{x} \times \vec{y}|$.
- (b) Izračunajte $|(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})|$.
- (c) Može li se vektor $\vec{z}$ zapisati kao linearna kombinacija vektora $\vec{x}$ i $\vec{y}$? Obrazložite Vaš odgovor.
- (d) Čine li vektori $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ bazu od V^3 ? Obrazložite Vaš odgovor.

(Uputa: Koristeći jednakost $(\vec{x} - \vec{y}) \cdot (\vec{x} - \vec{y}) = 13$ i preostale podatke o vektorima $\vec{x}$ i $\vec{y}$ možete izračunati apsolutnu vrijednost kosinusa kuta između $\vec{x}$ i $\vec{y}$, a zatim, pomoću nje, apsolutnu vrijednost sinusa istog kuta.)

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 3. (10 bodova) Zadani su vektori $\vec{x} = (7, -3, 3)$, $\vec{a} = (1, 1, 1)$ i $\vec{b} = (3, 0, -2)$.

- a) Odredite ortogonalne projekcije $\vec{p}_a$ i $\vec{p}_b$ vektora $\vec{x}$ redom na vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- b) Odredite ortogonalnu projekciju $\vec{p}$ vektora $\vec{x}$ na ravninu razapetu vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$.
- c) Zapišite, ako je moguće, vektor $\vec{p}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p}_a$ i $\vec{p}_b$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 4. (10 bodova) Zadan je pravokutni trokut $\triangle ABC$ s pravim kutom u vrhu C i omjerom duljina kateta $|BC| : |AC| = 2 : 1$. Neka je točka P na stranici $\overline{AB}$ takva da je $|AP| : |BP| = 1 : 2$. Okomica iz točke A na pravac CP siječe pravac BC u točki N . Odredite u kojem omjeru točka N dijeli dužinu $\overline{CB}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi kolokvij – 21. studenog 2023.

Zadatak 5. (10 bodova) Zadan je trokut ABC sa koordinatama vrhova $A = (0, 1, 0)$, $B = (3, 2, 1)$ i $C = (0, -1, 1)$. Neka je T težište trokuta ABC , P polovište stranice $\overline{AC}$ i N nožište visine iz vrha C . Odredite površinu trokuta TPN .